

de sorte que l'expression de dt deviendra

$$dt = -\frac{1}{\sqrt{2g}} \frac{dx \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2}}{\sqrt{z_0 - z}},$$

et le temps entier de la descente le sera par l'intégrale

$$t = -\frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{z_0}^z \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2} dz.$$

La question est donc de déterminer x et y en fonction de z , de manière que l'intégrale

$$\int_{z_0}^z \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2} dz$$

soit minimum. Cette question dépend du calcul des variations, et nous n'avons ici qu'à appliquer les formules établies à l'article indiqué par ces mots.

La fonction placée sous le signe $\int$ ne contenant que les dérivées premières des fonctions inconnues x et y , par rapport à la variable indépendante, les équations du problème se réduisent à

$$-\frac{dN}{dz} = 0 \quad \text{et} \quad -\frac{dN'}{dy} = 0,$$

N et N' désignant les dérivées de la fonction placée sous le signe $\int$ par rapport à $\frac{dx}{dz}$ et à

$\frac{dy}{dz}$, et $\frac{dN}{dz}$, $\frac{dN'}{dy}$, les dérivées de ces dérivées, prises par rapport à z , en y considérant x et y comme des fonctions de z . De sorte que les équations précédentes donnent immédiatement $N = C$ et $N' = C'$, deux constantes.

N et N' , abstraction faite du signe, sont ici respectivement :

$$N = \frac{dx}{dz} \sqrt{(z_0 - z) \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2 \right]}$$

et

$$N' = \frac{dy}{dz} \sqrt{(z_0 - z) \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2 \right]}$$

Les équations du problème sont donc

$$\frac{dx}{dz} \sqrt{(z_0 - z) \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2 \right]} = C$$

et

$$\frac{dy}{dz} \sqrt{(z_0 - z) \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2 \right]} = C'.$$

En les divisant membre à membre, on en tire

$$\frac{dy}{dx} = \frac{C'}{C},$$

équation qui apprend que la courbe cherchée doit être contenue dans un plan vertical, par conséquent dans le plan vertical qui contient les points donnés.

Ce premier résultat permet de simplifier la question, en prenant pour plan des zx le plan connu de la courbe, car alors, y devenant identiquement nul, il ne reste à intégrer que la seule équation

$$\frac{dx}{dz} \sqrt{(z_0 - z) \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 \right]} = C.$$

Cette équation donne

$$\frac{dx}{dz} = C \sqrt{\frac{z_0 - z}{1 + C^2(z_0 - z)}};$$

ou, si l'on transporte l'origine des coordonnées au point de départ, c'est-à-dire si l'on fait $z_0 = 0$

$$dx = C \sqrt{\frac{-z}{1 + C^2 z}} dz = \sqrt{\frac{-z}{\frac{1}{C^2} + z}} dz,$$

On pourrait intégrer directement cette équation; mais on y reconnaît immédiatement l'équation différentielle de la cycloïde rapportée à sa base, prise pour axe des z ,

$$\frac{dx}{dy} = \sqrt{\frac{y}{2a - y}};$$

toute la différence est que y se trouve changé en $-z$, la brachistochrone étant naturellement décrite au-dessous de sa base.

La constante C dépend de la position du second point donné. On la déterminera en exprimant que la cycloïde passe par ce second

point. C étant connu, on aura le rayon a du cercle générateur, en posant

$$2a = \frac{1}{C^2}, \quad \text{d'où} \quad a = \frac{1}{2C^2}.$$

La recherche de la brachistochrone sur une surface donnée, $f(x, y, z) = 0$, se ramène aussi simplement à des opérations analytiques que celle de la brachistochrone plane; mais alors les intégrations peuvent être plus ou moins compliquées suivant la nature de la fonction f . M. Royer (*Journal de Liouville*, 1848, t. XIII, p. 41) a traité le cas des surfaces de révolution, et est arrivé à des résultats présentant un certain intérêt. L'équation d'une surface de révolution autour de l'axe des z étant

$$F = x^2 + y^2 - \varphi(z) = 0,$$

le calcul donnera aisément pour seconde équation de la brachistochrone

$$y dx - x dy = C ds \sqrt{z_0 - z}.$$

Si l'on substitue à x et à y les coordonnées polaires φ et ω , liées par les relations

$$x = \varphi \cos \omega, \quad y = \varphi \sin \omega,$$

$y dx - x dy$ se change en $\varphi^2 d\omega$. D'ailleurs, comme d'après le théorème des forces vives

$$\sqrt{z_0 - z} = \frac{v}{\sqrt{2g}},$$

il en résulte

$$ds \sqrt{z_0 - z} = \frac{v^2 dt}{\sqrt{2g}};$$

l'équation de la brachistochrone devient donc

$$\varphi^2 d\omega = C v^2 dt.$$

L'aire élémentaire décrite dans le temps dt , par la projection sur un plan perpendiculaire à l'axe du rayon vecteur mené d'un point de cet axe au point mobile, est donc proportionnelle au carré de la vitesse du mobile.

Si les deux points de départ et d'arrivée appartiennent à un même méridien, la brachistochrone correspondante serait l'aire comprise sur ce méridien entre les deux points.

Si la surface de révolution devenait un cylindre, la brachistochrone serait formée de l'enroulement de la cycloïde.

BRACHITE s. m. (bra-ki-te). Hist. relig. Membre d'une secte de gnostiques du III^e siècle, qui admettaient la doctrine de Manès.

BRACHMAN ou **BRACHMANN** (Louise-Caroline), femme de lettres allemande, née à Rochlitz en 1777, morte en 1822. Son talent pour la poésie se montra de bonne heure, et elle eut pour protecteurs Novalis et Schiller. Ses premières productions parurent dans l'*Almanach des Muses*; elle publia ensuite des élégies, des ballades, des nouvelles, où l'on remarque du sentiment et une teinte de sombre mélancolie. Ayant perdu des illusions dans lesquelles elle plaçait tout son bonheur, elle se donna la mort en se précipitant dans la Saale, près de Halle. Schütz a publié les *Œuvres choisies* de Caroline Brachmann à Leipzig, en 1824.

BRACHMANE s. m. (brak-ma-ne — rad. sanscr. *Brahma*). Nom donné à des hommes de la caste sacerdotale issue de *Brahma*, et professant la doctrine des védas ou livres sacrés : *M. le chevalier de Louville eût été accablé par le nombre excessif de visites qu'une folle curiosité lui amenait, comme s'il eût été un BRACHMANE ou un gymnosophiste.* (Fonten.) Les BRACHMANES forment la première des quatre grandes castes parmi les Indiens. (Reynaud.) Soudain, apercevant l'ami des BRACHMANES, le bandit tomba sur ses genoux. (X. Saintine.) On dit aussi BRAHMANE, BRAHME ou BRAME, BRAHMIN, BRAHMINNE ou BRAHMIN.

Une souris tomba du bec d'un chat-huant; Je ne l'eusse point ramassée, Mais un brahmin le fit.

LA FONTAINE.

|| V. BRAHMANE.

BRACHOCÈRE adj. (bra-ko-sè-re — du gr. *brachus*, court; *keras*, corne). Entom. Qui a les antennes courtes.

— s. m. pl. Une des deux grandes divisions de l'ordre des insectes diptères, comprenant les genres qui ont les antennes courtes.

BRACHODES, promontoire de l'ancienne Afrique septentrionale, à l'entrée de la Petite Syrte, dont il formait la limite occidentale. Il était appelé *Caput Vada* par les Romains, et les Arabes l'ont nommé *Ras Kapudiah*. Bélisaire, dans son expédition contre les Vandales, aborda au cap Brachodes, et Justinien y fonda une ville qu'il nomma *Caput Vada*, d'où est venu le nom moderne de Kaptudiah.

BRACHONYX s. m. (bra-ko-niks — du gr. *brachus*, court; *onyx*, ongle). Entom. Genre d'insectes coléoptères tétramères, famille des charançons, comprenant une seule espèce, qui habite le nord de l'Europe.

— Ornith. Nom scientifique d'une section du genre alouette.

BRACHT (Tielman van), théologien hollandais, né à Dordrecht en 1625, mort en 1664. Il fut pasteur de la secte des mennonites, et il publia un livre de morale, intitulé : *Scholie der zedelijke deugd* (Dordrecht, 1657, in-12), qui eut plus de vingt-cinq éditions. On lui doit

aussi des sermons et une espèce de martyrologe des mennonites.

BRACHYACANTHE adj. (bra-ki-a-kan-te — du gr. *brachus*, court; *akantha*, épine). Hist. nat. Qui a des épines courtes.

— s. m. pl. Entom. Genre d'insectes coléoptères trimères, démembré du genre coccinelle, et comprenant une dizaine d'espèces, qui vivent en Amérique.

BRACHYANCALOPTÈNE adj. (bra-ki-an-ka-lo-p-tè-ne — du gr. *brachus*, court; *anhalis*, brassée; *pténos*, volatile). Ornith. Qui a des ailes très-courtes.

— s. m. pl. Famille d'oiseaux dont les ailes sont très-courtes.

BRACHYASPISTE s. m. (bra-ki-a-spi-ste — du gr. *brachus*, court; *aspis*, bouclier). Entom. Genre de curculionides, voisin des astyles.

BRACHYBAME s. m. (bra-ki-ba-me — du gr. *brachus*, court; *bamē*, pas). Entom. Genre de curculionides à tarses courts et larges.

BRACHYBIOTE adj. (bra-ki-bi-o-te — du gr. *brachus*, court; *bios*, vie). Zool. Qui a la vie courte.

BRACHYBIOTIQUE s. f. (bra-ki-bi-o-ti-ke — du gr. *brachus*, court; *bios*, vie). Dans la nomenclature d'Ampère, Art d'abréger la vie.

BRACHYCARPE adj. (bra-ki-kar-pe — du gr. *brachus*, court; *karpos*, fruit). Bot. Qui a des fruits courts.

BRACHYCARPÉE s. f. (bra-ki-kar-pé — rad. *brachycarpe*). Bot. Genre de crucifères établi pour un arbrisseau du Cap.

BRACHYCATALÈCTE adj. (bra-ki-ka-talèk-te — du gr. *brachus*, court; *katalectikos*, qui finit). Métrique. Se dit d'un vers grec ou latin auquel il manque le dernier pied. Vers BRACHYCATALÈCTE. || On dit aussi BRACHYCATALÈCTIQUE.

BRACHYCENTRE adj. (bra-ki-san-tre — du gr. *brachus*, court; *kentron*, aiguillon). Bot. Qui a de courts aiguillons ou de courtes épines.

— s. m. Genre de la famille des mélastomacées, comprenant une seule espèce.

BRACHYCÉPHALE adj. (bra-ki-sé-fa-le — du grec *brachus*, court; *kephalē*, tête). Zool. Qui a la tête courte.

— s. m. Erpét. Genre de batraciens anoures, voisin des crapauds, et comprenant une seule espèce, qui vit au Brésil et à la Guyane.

BRACHYCÈRE adj. (bra-ki-sè-re — du gr. *brachus*, court; *keras*, corne). Zool. Qui a les cornes ou les antennes courtes.

— s. m. Genre de curculionides à antennes courtes, comprenant un très-grand nombre d'espèces.

BRACHYCÉRIDE adj. (bra-ki-sé-ri-de — de *brachycère*, et du gr. *eidos*, aspect). Entom. Qui ressemble à un brachycère.

— s. m. pl. Division de la famille des curculionides ayant pour type le genre brachycère.

BRACHYCHORÉE s. m. (bra-ki-ko-ré — du grec *brachus*, court, et de *chorē*). Anc. prosod. Pied formé d'une longue entre deux brèves, comme le mot *avena*. || On l'appelle aussi AMPHIBRAQUE.

BRACHYCHRONIQUE adj. (bra-ki-kro-ni-ke — du gr. *brachus*, court; *chronos*, temps). Hist. nat. Qui dure peu.

BRACHYCLADE adj. (bra-ki-kla-de — du gr. *brachus*, court; *klados*, rameau). Bot. Dont les rameaux sont courts.

— s. m. Genre de plantes de la famille des composées, comprenant un seul arbrisseau des Andes de Mendoza.

BRACHYCOME s. f. (bra-ki-ko-me — du gr. *brachus*, court; *komē*, chevelure). Bot. Genre de plantes, de la famille des composées, tribu des astérées, voisin des pâquerettes, et comprenant un certain nombre d'espèces, qui croissent en Australie : Les BRACHYCOMES sont des herbes vivaces. (J. Decaisne.) || On dit aussi BRACHYSCOME.

BRACHYCORYNE s. m. (bra-ki-ko-ri-ne — du gr. *brachus*, court; *korynē*, massue). Entom. Genre de coléoptères tétramères, de la famille des cyclicques.

BRACHYDACTYLE adj. (bra-ki-da-kti-le — du gr. *brachus*, court; *dactulos*, doigt). Zool. Qui a les doigts courts.

BRACHYDÈRE s. m. (bra-ki-dè-re — du gr. *brachus*, court; *dērē*, cou). Entom. Genre de curculionides, démembré du genre naupacte.

BRACHYDÉRIDE adj. (bra-ki-dé-ri-de — de *brachydère*, et du gr. *eidos*, aspect). Entom. Qui ressemble à un brachydère.

— s. m. pl. Tribu de brachélytres ayant pour type le genre brachydère.

BRACHYÉLYTRE s. m. (bra-ki-é-li-tre — du gr. *brachus*, court; *elytron*, enveloppe). Bot. Genre de graminées de la Caroline.

BRACHYÈNE s. m. (bra-ki-jè-ne — du gr. *brachus*, court; *genus*, menton). Entom. Genre de coléoptères hétéromères mélasomes.

BRACHYGLOSSE adj. (bra-ki-glo-se — du

gr. *brachus*, court; *glōssa*, langue). Zool. Dont la langue est courte.

— Genre de lépidoptères voisin du genre achéronie, comprenant une seule espèce de la Nouvelle-Hollande.

BRACHYGLOTTE s. f. (bra-ki-glo-te — du gr. *brachus*, court; *glōtta*, langue). Bot. Genre de plantes, de la famille des composées, tribu des eupatoriées : Les BRACHYGLOTTES sont toutes indigènes de l'Australie. (J. Decaisne.)

BRACHYGNATHE s. m. (bra-ki-gh-na-te — du gr. *brachus*, court; *gnathos*, mâchoire). Entom. Genre de coléoptères pentamères, famille des carabiques.

BRACHYGRAPHE s. m. (bra-ki-gra-fe — du gr. *brachus*, court; *graphō*, j'écris). Celui qui pratique la brachygraphie.

BRACHYGRAPHIE s. f. (bra-ki-gra-fi — du gr. *brachus*, court; *graphō*, j'écris). Art d'écrire par abréviations.

BRACHYGRAPHIQUE adj. (bra-ki-gra-fi-ke — rad. *brachygraphie*). Qui a rapport à la brachygraphie : *Écriture BRACHYGRAPHIQUE*.

BRACHYLÈNE s. f. (bra-ki-lè-ne — du gr. *brachus*, court; *laina*, enveloppe). Bot. Genre démembré des baccharis, et comprenant celles de ces plantes dont l'involucre est formé d'écaillés coriaces.

BRACHYLÉPIDE s. f. (bra-ki-lé-pi-de — du gr. *brachus*, court; *lepis*, écaille). Bot. Genre d'ascéliadacées, fondé sur un arbre du Pérou.

BRACHYLOBE s. m. (bra-ki-lo-be — du gr. *brachus*, court; *lobos*, gousse). Bot. Genre de crucifères à silicules très-courtes.

BRACHYLOGIE s. f. (bra-ki-lo-ji — du gr. *brachus*, court; *logos*, discours). Rhétor. Discours concis; manière de s'exprimer par sentences et par maximes. || Vice d'élocution qui rend le style obscur, à force de concision. Il est signalé par ce vers de Boileau : J'évite d'être long et je deviens obscur.

BRACHYLOGIQUE adj. (bra-ki-lo-ji-ke — rad. *brachylogie*). Rhétor. Qui a rapport à la brachylogie.

BRACHYLOPHE s. m. (bra-ki-lo-fe — du gr. *brachus*, court; *lophos*, crête). Erpét. Genre de reptiles sauriens, établi aux dépens des iguanes, et comprenant une seule espèce, qui vit en Océanie.

BRACHYMÉNION s. m. (bra-ki-mé-ni-on — du gr. *brachus*, court; *menēn*, membrane). Bot. Genre de mousses acrocarpes, comprenant deux espèces du Népal.

BRACHYMÈRE s. m. (bra-ki-mère — du gr. *brachus*, court; *mēros*, cuisse). Entom. Genre de chrysomélides de Cayenne et du Brésil.

BRACHYNEURE s. m. (bra-ki-neu-re — du gr. *brachus*, court; *neuron*, nerf). Entom. Genre de diptères, comprenant une seule espèce des environs de Parme.

BRACHYNOTE s. m. (bra-ki-no-te — du gr. *brachus*, court; *notos*, dos). Entom. Genre de coléoptères malacodermes des États-Unis, créé aux dépens des téléphores.

BRACHYOPE s. m. (bra-ki-o-pe — du gr. *brachus*, court; *ops*, œil). Entom. Genre de diptères brachystomes.

BRACHYPODE adj. (bra-ki-o-po-de — du gr. *brachus*, court; *pous*, *podas*, pied). Hist. nat. Qui a le pied ou les pieds courts. || On dit aussi BRACHYPODE.

BRACHYOTE adj. (bra-ki-o-te — du gr. *brachus*, court; *otos*, *otos*, oreille). Zool. Qui a les oreilles courtes.

— s. m. pl. Genre de hiboux, chez lesquels les plumes qui figurent des oreilles sont peu développées.

BRACHYPALPE s. m. (bra-ki-pal-pe — du gr. *brachus*, court, et de *palpe*). Entom. Genre d'insectes coléoptères pentamères, famille des palpicores, comprenant quatre espèces, qui vivent en Europe. || Genre d'insectes diptères, comprenant cinq espèces, qui vivent en France.

BRACHYPE s. m. (bra-ki-pe — du gr. *brachus*, court; *pous*, pied). Zool. Qui a les pieds courts.

— Ornith. Genre syn. de MARTINET.

— Entom. Genre d'insectes coléoptères tétramères, de la famille des charançons.

BRACHYPÉTALE adj. (bra-ki-pé-ta-le — du gr. *brachus*, court, et de *pétale*). Bot. Dont les pétales sont courts.

— s. m. pl. Section du genre hélianthème.

BRACHYPHYLLE s. m. (bra-ki-fi-le — du gr. *brachus*, court; *phylon*, feuille). Hist. nat. Qui a des feuilles courtes ou de courts appendices foliacés.

— s. m. Mamm. Genre de cheiroptères comprenant une seule espèce, de l'île Saint-Vincent.

BRACHYPLATE s. m. (bra-ki-pla-te — du gr. *brachus*, court; *platys*, large). Entom. Genre d'hémiptères géocorizes, fondé sur une espèce, de Vanikoro.

BRACHYPNÉE s. f. (bra-ki-pnée — du gr. *brachus*, court; *pnē*, je respire). Pathol. Respiration courte et pressée.